Краткие сообщения ОИЯИ №3(23)-87 *JINR Rapid Communications No.3(23)-87*
УДК 530.1

ТЕОРИЯ РАДИАЦИОННОГО ЗАТУХАНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В РЕЛЯТИВИСТСКОЙ МАГНИТОАКТИВНОЙ ПЛАЗМЕ В ПРИБЛИЖЕНИИ "ГОРЯЧЕЙ" ГИДРОДИНАМИКИ

Н.Н.Боголюбов (мл.), П.А.Поляков, М.А.Тасев

Построена двухжидкостная гидродинамическая теория релятивистской плазмы с учетом торможения зарядов излучением на основании предположения о справедливости в локальных областях релятивистского распределения Максвелла частиц по скоростям (распределения Юттнера-Синга). Найдены декременты радиационного затухания альвеновских, циклотронных и электромагнитных волн.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

The Theory of Radiative Attenuation of Electromagnetic Waves in Relativistic Magnetoactive Plasma in Hot Hydrodynamics Approximation

N.N.Bogolubov, Jr., P.A.Polyakov, M.A.Tassev

Two-fluid theory of hydrodynamics for relativistic plasma is developed taking into account radiative damping of charged particles, where relativistic Maxwell velocity distribution (Juttner-Synge distribution) is assumed. The radiative attenuation decrements for the Alfven cyclotronic and electromagnetic waves are found.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Плазменные системы при релятивистских температурах обладают рядом особенностей по сравнению с нерелятивистским случаем. В частности, как было показано в работе [1], при рассмотрении электромагнитных волн в релятивистской свободной плазме основной причиной их затухания является радиационное торможение зарядов. Целью данной работы является исследование радиационного затухания электромагнитных волн, распространяющихся в релятивистской плазменной системе по направлению вектора индукции внешнего магнитного поля $\vec{B}$, в приближении "горячей" жидкостной гидродинамики на основании кинетического уравнения Власова [2,3], которое в релятивистском случае, с учетом радиационного торможения зарядов, имеет вид [4,5]:

$$u^{\alpha}\,\frac{\partial \mathcal{F}_a}{\partial x^{\alpha}}+\frac{1}{m_a c}\,\frac{\partial}{\partial u^{\beta}}\left[\left(\frac{e_a}{c}F^{\beta\alpha}u_{\alpha}+g_a^{\beta}\right)\mathcal{F}_a\right]=0. \tag{1}$$

Здесь $\mathcal{F}_a$ — восьмимерная функция распределения частиц, которая связана с семимерной функцией f_a соотношением

$$\mathcal{F}_a=f_a(x^{\alpha},u^{k})\,2\theta(u_0)\,\delta(u_{\nu}u^{\nu}-1), \tag{2}$$

g_a^{β} — сила радиационного торможения частиц, вызванная воздействием электромагнитного поля $F^{\beta\alpha}$:

$$g_a^{\beta}=\frac{2}{3}\,\frac{e_a^3}{m_a c^3}\,\frac{\partial F^{\beta\alpha}}{\partial x^{\gamma}}u_{\alpha}u^{\gamma}-\frac{2}{3}\,\frac{e_a^4}{m_a^2c^5}F^{\beta\alpha}F_{\gamma\alpha}\,u^{\gamma}+ \tag{3}$$
$$+\frac{2}{3}\,\frac{e_a^4}{m_a^2c^5}(F_{\gamma\sigma}\,u^{\sigma})(F^{\gamma\alpha}u_{\alpha})\,u^{\beta},$$

греческие индексы пробегают значения 0,1,2,3; латинские — 1,2,3. Индекс a нумерует сорт частиц.

Проинтегрируем кинетическое уравнение (1) по 4-скоростям сначала с весом 1, затем с u^i, тогда получим два уравнения для моментов функции f_a:

$$\frac{\partial}{\partial x^{\alpha}}\left(\left\langle\frac{u^{\alpha}}{u_0}\right\rangle_a n_a\right)=0, \tag{4}$$

$$\frac{\partial}{\partial x^{\alpha}}\left(\left\langle\frac{u^i u^{\alpha}}{u_0}\right\rangle_a n_a\right)-\frac{1}{m_a c}\left[\frac{e_a}{c}F^{i\alpha}\left\langle\frac{u_{\alpha}}{u_0}\right\rangle_a n_a+\left\langle\frac{g_a^i}{u_0}\right\rangle n_a\right]=0, \tag{5}$$

где

$$\left\langle\frac{g_{\alpha}^i}{u_0}\right\rangle_a=\frac{2}{3}\,\frac{e_a^3}{m_a c^3}\,\frac{\partial F^{i\alpha}}{\partial x^{\gamma}}\left\langle\frac{u_{\alpha}u^{\gamma}}{u_0}\right\rangle-$$
$$-\frac{2}{3}\,\frac{e_q^4}{m_a^2c^5}\left[F^{i\alpha}F_{\gamma\alpha}\left\langle\frac{u^{\gamma}}{u_0}\right\rangle-F_{\gamma\sigma}F^{\gamma\alpha}\left\langle\frac{u^{\sigma}u_{\alpha}u^{i}}{u_0}\right\rangle\right], \tag{6}$$

$$\langle\ldots\rangle=\int\ldots f_a\,d^3u/n_a, \tag{7}$$

$$n_a=\int f_a\,d^3u. \tag{8}$$

Систему уравнений (4) и (5) необходимо дополнить уравнениями Максвелла, которые в записи через 4-вектор потенциал A^{α} в лоренцевой калибровке имеют вид

$$F^{\beta\alpha} = \frac{\partial A^{\alpha}}{\partial x_{\beta}} - \frac{\partial A^{\beta}}{\partial x^{\alpha}}; \qquad \frac{\partial^2 A^{\alpha}}{\partial x_{\beta}\partial x^{\beta}} = \frac{4\pi}{c} J^{\alpha}, \tag{9}$$

где

$$J^{\alpha} = c \sum_{a} e_a \langle u^{\alpha}/u_0 \rangle_a\, n_a . \tag{10}$$

Система уравнений (4), (5) и (9), (10) незамкнута. Для ее замыкания необходимы дополнительные условия, упрощающие исходную микроскопическую статистическую систему. Обычно для этого постулируют зависимость моментов 2-го порядка функции распределения с моментами 1-го порядка и подбирают подходящие уравнения состояния (см., например,[6]). Однако наличие силы радиационного торможения (6) значительно усложняет ситуацию, так как в уравнении (5) появляются моменты функции f_a 3-го порядка.

Для нахождения замкнутых гидродинамических уравнений воспользуемся идеями метода Энского — Чепмена [3]. Будем полагать, что функция распределения по скоростям частиц в локальной области имеет вид релятивистского закона Максвелла (распределение Юттнера-Синга [7,8]):

$$f_a = \bar{n}_a \alpha_a \exp[-\alpha_a \tau^{\sigma}_{(a)} u_{\sigma}] / 4\pi \tau^{\circ}_{(a)} K_2(\alpha_a), \tag{11}$$

где $\tau^{\alpha}_{(a)}$ — 4-вектор гидродинамической скорости частиц сорта (a), $\alpha_a = m_a c^2/k_Б T_a$ (k — постоянная Больцмана, T_a — температура), $K_2(\alpha_a)$ — функция Макдональда [8].

Аналогично тому, как это делается в нерелятивистском случае [3], будем полагать, что функции $\bar{n}_a$, $\tau^{\alpha}_{(a)}$ и T_a являются достаточно медленно меняющимися функциями координат и времени. Тогда, проводя вычисления, подобные расчетам в [8], для моментов функции (11) находим

$$\left\langle \frac{u^{\alpha}}{u_0} \right\rangle = \frac{\tau^{\alpha}}{\tau^{\circ}}, \tag{12}$$

$$\left\langle \frac{u^i u^{\alpha}}{u_0} \right\rangle = \frac{1}{\tau_0}\left(\tau^i \tau^{\alpha} \frac{K_3(\alpha)}{K_2(\alpha)} - \frac{g^{i\alpha}}{\alpha}\right), \tag{13}$$

$$\left\langle \frac{u^{\sigma} u^{\alpha} u^i}{u_0} \right\rangle = - \frac{(g^{i\alpha}\tau^{\sigma} + g^{\alpha\sigma}\tau^i + g^{i\sigma}\tau^{\alpha})}{\tau^{\circ}} \cdot \frac{K_3(\alpha)}{\alpha K_2(\alpha)} + \frac{\tau^{\alpha}\tau^i\tau^{\sigma}}{\tau_0} \cdot \frac{K_4(\alpha)}{K_2(\alpha)}, \tag{14}$$

где индекс (a) для простоты записи опущен, $g^{i\alpha}$ — метрический тензор ($g^{oo} = 1$; $g^{ii} = -1$; $g^{\alpha\beta} = 0$, если $\alpha \neq \beta$), $K_\nu(a)$ — функции Макдональда.

Подставляя (12)-(14) в уравнения (4), (5), получим следующую систему гидродинамических уравнений для каждой компоненты плазмы (для ионов и электронов):

$$\frac{\partial}{\partial x^\alpha}\left(\frac{n\tau^\alpha}{\tau^\circ}\right) = 0, \tag{15}$$

$$\tau^\circ \frac{\partial}{\partial x^\alpha}\left[(\epsilon + P)\frac{\tau^\alpha \tau^i}{\tau_0} - g^{i\alpha}\frac{P}{\tau_0}\right] =$$

$$= neF^{i\alpha}\tau_\alpha + \frac{2}{3}\frac{e^3}{m^2c^4}\frac{\partial F^{i\alpha}}{\partial x^\gamma}(\tau^\gamma\tau_\alpha(\epsilon + P) - Pg^\gamma_\alpha) + \tag{16}$$

$$+\frac{2}{3}\frac{e^4}{m^3c^6}[F_{\gamma\sigma}F^{\gamma\alpha}\tau_\alpha\tau^i\tau^\sigma\left(\frac{6}{a}(\epsilon + P) - nmc^2\right) -$$

$$-F^{i\alpha}F_{\gamma\alpha}\tau^\gamma nmc^2 - F_{\gamma\sigma}F^{\gamma\alpha}(q^i_\alpha\tau^\sigma + g^\sigma_\alpha\tau^i + g^{i\sigma}\tau_\alpha)\frac{\epsilon + P}{a}],$$

где

$$\epsilon + P = n\cdot m\cdot c^2 K_3(a)/K_2(a), \tag{17}$$

$$P = n.\theta = n.mc^2/a. \tag{18}$$

Система уравнений (16)-(18), совместно с уравнениями Максвелла (9), образует замкнутую систему уравнений, с помощью которой в рассматриваемом приближении могут быть исследованы различные плазменные процессы. Так, например, рассмотрим распространение электромагнитных волн в пространственно однородной бесконечной плазме при наличии внешнего магнитного поля с индукцией $\vec{B}$. Направим координатную ось Z вдоль вектора $\vec{B}$ и рассмотрим распространение электромагнитной волны с пространственным волновым вектором $\vec{k} \parallel \vec{B}$. Для этого линеаризуем систему уравнений (9), (16)-(18) относительно малых отклонений всех величин от равновесия и, решая линеаризованную систему стандартным способом, полагая, что все возмущенные величины изменяются по гармоническому закону $\exp(-ik_\alpha x^\alpha)$, аналогично /6/, находим следующее дисперсионное уравнение для электромагнитных волн соответственно с правой и левой круговой поляризацией:

$$\omega^2 - k^2c^2 = \Sigma\ \omega_p^2 \frac{n_0 mc^2}{\epsilon_0 + P_0}[\omega - i\frac{2}{3}\ \frac{r_0}{c}(\frac{\omega^2(\epsilon_0+P_0) - P_0(\omega^2 - k^2c^2)}{n\cdot mc^2})]/$$

$$[\omega \mp \omega_B \frac{nmc^2}{\epsilon_0 + P_0} - i\frac{2}{3}\ \frac{r_0}{c}\omega_B^2(\frac{nmc^2}{\epsilon_0 + P_0} + \frac{1}{\alpha_0})], \tag{19}$$

где $\omega = k_0 c$ — комплексная частота, $k = |\vec{k}|$, $\omega_p = 4\pi e^2 n_0/m$ — плазменная частота, $\omega_B = eB/mc$ — циклотронная частота, $r_0 = e^2/mc^2$, $\alpha_0 = mc^2/k_Б T_0$; n_0, T_0, ϵ_0, P_0 — соответственно плотность, температура, плотность энергии и давление в равновесном состоянии. Индекс суммирования по сортам частиц (ионам и электронам) для простоты записи опущен.

Выражение для плотности энергии ϵ_0 при нерелятивистских температурах, когда $\alpha \gg 1$, согласно (17), (18) имеет вид

$$\epsilon_0 = n_0 mc^2, \tag{20}$$

а при ультрарелятивистских температурах, когда $\alpha \ll 1$,

$$\epsilon_0 = n_0 mc^2 \cdot 3/\alpha. \tag{21}$$

Далее будем полагать, что массы ионов m_i много больше массы m_e электронов и, кроме этого, что температура ионов нерелятивистская $(\alpha_i \gg 1)$, а электронов — ультрарелятивистская $(\alpha_e \ll 1)$. Тогда из дисперсионного уравнения (19) для действительной частоты $\omega' = \mathrm{Re}\,\omega$ и декремента радиационного затухания $\gamma = -\mathrm{Im}\,\omega$ находим:

1. Альвеновские волны.

Если $\omega \ll \omega_{Bi}$ и $\omega \ll \omega_B \cdot \alpha/4$, то при $kc \ll |\omega|$ имеем

$$\omega' = kc(\frac{\omega_{pi}^2}{\omega_{Bi}^2} + \frac{4\omega_p^2}{\alpha\omega_B^2})^{-1/2}, \tag{22}$$

$$\gamma = +\frac{1}{3}\ \frac{r_0}{c}\omega_p^2\ (\frac{\omega_{pi}^2}{\omega_{Bi}^2} + \frac{4\omega_p^2}{\alpha\omega_B^2})^{-1/2}, \tag{23}$$

где индексом i помечены величины, относящиеся к ионной компоненте плазмы, а величины без индексов относятся к электронной компоненте.

2. Ионно-циклотронные волны.

Если $\omega \to \omega_{Bi}$ и $kc \gg |\omega|$, то

$$\omega = \omega_{Bi}, \tag{24}$$

$$\gamma = -\frac{2}{3}\ \frac{r_0}{c}\omega_p^2 \frac{\omega_{pi}^2}{k^2c^2}\ \frac{\omega_{Bi}}{\alpha\omega_B}. \tag{25}$$

3. Электронно-циклотронные волны.

Если $\omega \to \omega_B \cdot a/4$, $kc \gg \omega$, то

$$\omega' = \omega_B \cdot a/4 , \tag{26}$$

$$\gamma = \frac{2}{3} \frac{r_0}{c} \frac{\omega_B^2}{a} . \tag{27}$$

4. Высокочастотные электромагнитные волны.

Если $|\omega| \gg \omega_B \cdot a/4$ и ω_{Bi}; $kc \gg \omega_B \cdot a/4$ и ω_{Bi}, что

$$\omega'^2 = k^2 c^2 + \omega_{pi}^2 + \omega_p^2 a/4 , \tag{28}$$

$$\gamma = \frac{1}{3} \frac{r_0}{c} \omega_p^2 . \tag{29}$$

В заключение укажем, что дисперсионные выражения (22), (24), (26) и (28) совпадают с аналогичными выражениями /6/, но в отличие от результатов этой работы рассмотренные типы волн затухают.

Радиационное затухание электронно-циклотронных и высокочастотных электромагнитных волн в нерелятивистской плазме рассматривалось также в работе /9/. Интересно отметить, что по сравнению с нерелятивистским случаем, радиационное затухание циклотронных волн в ультрарелятивистской плазме (27) увеличилось в $1/a$ раз, а радиационное затухание высокочастотных электромагнитных волн (29) осталось неизменным.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кузьменков Л.С., Поляков П.А. — ЖЭТФ, 1982, 82, с.139.
2. Власов А.А. Теория многих частиц. М.: Гостехиздат, 1950.
3. Боголюбов Н.Н. Проблемы динамической теории в статистической физике. М.-Л.: ОГИЗ, 1946.
4. Кузьменков Л.С. — ДАН СССР, 1978, 241, с.322.
5. Кузьменков Л.С., Поляков П.А. — ЖЭТФ, 1982, 82, с.139.
6. Hyun S., Kennel C. — J. Plasma Phys., 1978, 20, p.281.
7. Де Гроот С., ван Леувен В., ван Верт Х. Релятивистская кинетическая теория. М.: Мир, 1983.
8. Очелков Ю.П. и др. Релятивистская кинетика и гидродинамика. М.: Атомиздат, 1979.
9. Кузьменков Л.С., Поляков П.А., Подосенов П.Б. — ВМУ, 1982, сер.3, 23, № 6, с.62.

Рукопись поступила 26 февраля 1987 года.